

## استخدام توزيع كوكسيان في حل مشكلة الانتظار في ورشة صيانة

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
كلية التربية / جامعة ديالى  
مدير تقويم الاداء / وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

م.م. ابراهيم زغبتون جلوب  
م.م. كريم ذياب احمد  
د. داود سلمان رحيم

### المستخلص:

في هذا البحث تم استخدام التوزيع الاسي من حيث كونه توزيعا احتماليا لاقوات الوصول البيني بين عطل واخر، واستخدام توزيع كوكسيان الخاص (ذي معدل الانتقال المنتظم) من حيث كونه توزيعا احتماليا لاقوات الخدمة، حيث تمت معرفة هذه التوزيعات الاحتمالية للبيانات الحقيقية من خلال برنامج (SPSS) الاحصائي وبرنامج اخر من اعداد الباحثين، وبعد معرفة التوزيع الاحتمالي والمعالم الخاصة به تم استخدام نظام الانتظار الخاص بالمشكلة المدروسة.

(M/ C<sub>3</sub>/ 1/ 20/ ∞/ FCFS)

وتوليد مضافة معدل الانتقال للنظام وحل المعادلات التفاضلية ذات الدرجة الاولى حلا عدديا والتوصل الى حالة الاستقرار للنظام. ان فائدة توزيع كوكسيان الخاص هو كونه توزيعا مرنا جدا، يمكن تقريبه لانواع عديدة من التوزيعات الطورية الاخر .

### ABSTRACT::

Inter-arrival and service times can be considered as Random Variables (RV<sub>s</sub>) having Exponential and Coxian distributions through the (SPSS) program.

The Coxian distribution is of a particular interest in this research because it covers a wide range of practical problems. In addition, by putting certain restrictions on the Coxian distribution.

### الخلفية التاريخية:

في عام (١٩٥٥) قام الباحث كوكس (Cox) بدراسة توزيع احتمالي سماه توزيع كوكسيان، وقد وضع كوكس في دراسته هذه بان اية دالة توزيعية تمتلك تحويل لابلاس من الممكن تمثيلها عن طريق سلسلة من الاطوار وان كل طور من هذه الاطوار يتوزع توزيعا اسيا.

في عام (١٩٧٤) نشر الباحثان كروز وهاريس (Gross and Harris) كتابا لهما سمياه (Fundamentals of Queuing Theory) اذ احتو هذا الكتاب على موضوعات عديدة لنظرية صفوف الانتظار من بينها بيان السلوك الانتقالي للأنظمة  $(M/M/m/N)$ ،  $(M/E_L/1)$ ،  $(E_K/M/1)$  وكيفية حل المعادلات وايجاد حالة الاستقرار للنظام.

في عام (١٩٧٧) نشر الباحثان (Martias and Xirokostas) بحثهما الذي تناولا فيه تطوير طريقة عددية يتم من خلالها توليد مصفوفة معدل الانتقال للنظام  $(M/E_L/m)$  ومن ثم ايجاد الحل الانتقالي للنظام والوصول الى حالة الاستقرار.

في عام (١٩٨٨) نشر الباحثان (Sharma and Dass) بحثهما الذي درسا فيه السلوك الانتقالي للنظام  $(M/M/m/N)$  وكيفية توليد مصفوفة معدل الانتقال لهذا النظام وحل المعادلات الخاصة بالنظام حلا عدديا باستخدام طريقة (رونج-كوتا) والحصول على الاحتمالات الخاصة بالنظام والتي من خلالها يتم حساب مقاييس كفاءة الاداء.

في عام (١٩٩٠) قام الباحث (فرحان دخيل) بتطوير طريقة لـ(منظومة صف انتظار ذات مرحلة واحدة) اذ تكون فيها ازمة الوصول والخدمة محددة وفقا (Phase Type Distribution) باستخدام الطريقة العددية (رونج-كوتا ذات الرتبة الرابعة).  
في عام (٢٠٠٥) قام الباحث (داود سلمان) باستخدام الاساليب الرياضية في ايجاد الحل التحليلي لنماذج صفوف الانتظار ذات التوزيعات الطورية.

### هدف البحث:

هتقبيم اداء بعض وحدات الصيانة من خلال التعرف على اهم التوزيعات المستخدمة في نظرية صفوف الانتظار والتركيز على التوزيعات الطورية ومنها توزيع كوكسيان الذي يغطي مد واسع من مشاكل صفوف الانتظار في الحياة العملية؛ ولتلافي الحالات التي يضطر فيها الباحثون الى استخدام التوزيع الاسي وتوزيع بواسون.

### توزيع كوكسيان الخاص: *Specialized Coxian Distribution*

يعد توزيع كوكسيان من التوزيعات الاحتمالية المهمة في بناء نماذج صفوف الانتظار اذ ان هذا التوزيع يطابق الخاصية الماركوفية المستخدمة في العمليات

العشوائية، فضلا عن ان هذا التوزيع مرن جدا او بعبارة اخر يمكن تقريبيه لانواع عديدة من التوزيعات ولهذا التوزيع حالتان:

الاول: توزيع كوكسيان الخاص ذو معدل الانتقال المنتظم [1] :

*Specialized Coxian Distribution with Uniform Transition Rate*

في هذا التوزيع تكون معدلات الانتقال بين الاطوار متساوية اي ان:

$$\lambda_k \equiv \lambda_{k+1}$$

وتكون دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع:

$$a(t) \equiv \sum_{i=1}^k (1-\alpha_i) \prod_{k=1}^{i-1} \alpha_k \frac{(k_i \lambda)^{k_i} \cdot t^{k_i-1}}{(k_i-1)!} \cdot e^{-k_i \lambda_i}$$

اما معالم هذا التوزيع فهي:

$$\bar{t} \equiv \sum_{i=1}^k (1-\alpha_i) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d \frac{K_i}{\lambda}$$

$$\sigma_t^2 \equiv \sum_{i=1}^k (1-\alpha_i) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d K_k \cdot (K_k + 1) - \left[ \sum_{i=1}^k \frac{1}{\lambda_k} (1-\alpha_i) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d K_k \right]^2$$

$$C_t^2 \equiv \frac{\sum_{k=1}^K (1-\alpha_i) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d K_k (K_k + 1)}{\left[ \sum_{k=1}^K \frac{1}{\lambda_k} (1-\alpha_k) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d \cdot K_k \right]^2} - 1$$

الثاني: توزيع كوكسيان الخاص ذو معدل الانتقال غير المنتظم [1] :

*Coxian Distribution with Non-Uniform Transition Rate*

اي ان معدل الانتقال بين الاطوار غير متساوي اي ان:

$$\lambda_k \neq \lambda_{k+1}$$

وتكون دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع:

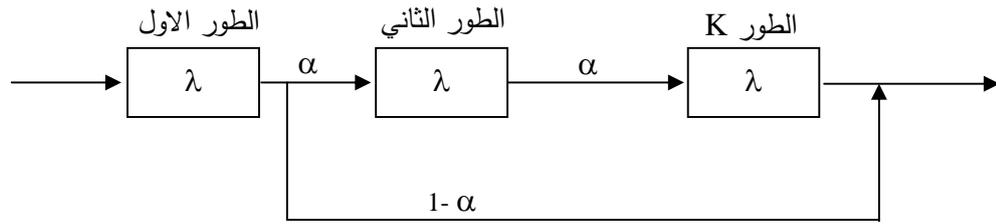
$$a(t) \equiv \sum_{i=1}^K B_i \prod_{j=1}^{K_i} \lambda_k \sum_{j=1}^{k_i} \frac{e^{-\lambda_j}}{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{K_i} \lambda_k - \lambda_j}$$

حيث ان:  $B = 1 - \alpha$

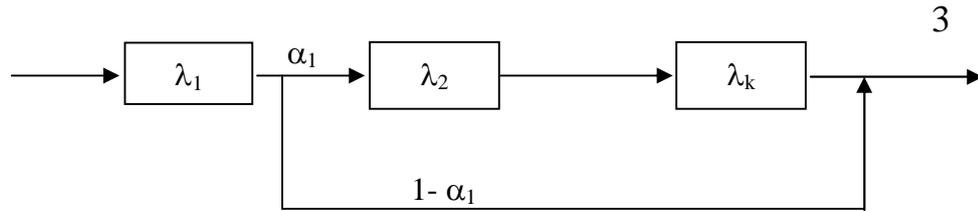
ومعالم التوزيع ستكون:

$$\bar{t} \equiv \sum_{i=1}^k (1 - \alpha_i) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d \sum_{k=1}^{K_i} \frac{1}{\lambda_k}$$

$$C_t^2 \equiv \frac{\sum_{i=1}^K (1 - \alpha_i) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d \left[ \sum_{k=1}^{K_i} \frac{1}{\lambda_k} \right]^2 + \sum_{i=1}^K (1 - \alpha_i) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d \sum_{k=1}^{K_i} \frac{1}{\lambda_k^2}}{\left[ \sum_{i=1}^K (1 - \alpha_i) \prod_{d=1}^{i-1} \alpha_d \sum_{k=1}^{K_i} \frac{1}{\lambda_k} \right]^2} - 1$$



الشكل (١) عملية انتقال الزبون ضمن اطوار محطة توزيع كوكسيان الخاص المنتظم



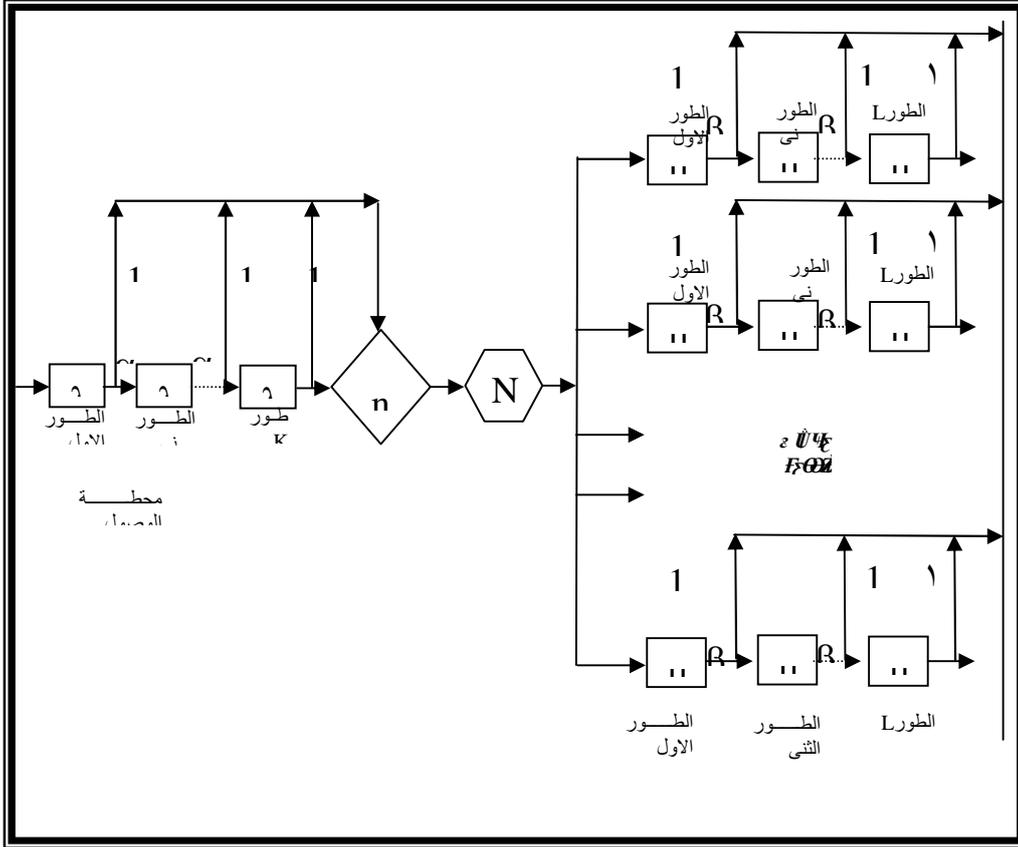
الشكل (٢) عملية انتقال الزبون ضمن اطوار محطة توزيع كوكسيان الخاص غير المنتظم

### مصفوفة معدل الانتقال: [2]

من المشكلة الرئيسية في أنظمة صفوف الانتظار هي إيجاد حالة استقرار لنظام الانتظار أو إيجاد الحل الانتقالي لأنظمة الانتظار الماركوفية (Markovian Queueing System) أن حجم مصفوفة معدل الانتقال يكون عادة كبيراً جداً لذلك سنتطرق إلى كيفية توليد مصفوفة معدل الانتقال (TRM) وبالتالي نستطيع كتابة المعادلات التفاضلية ذات الدرجة الأولى وحلها حلاً عددياً والوصول إلى حالة الاستقرار للنظام.

### منظومة الانتظار $(C_K/C_L/m/N/\infty/GD)$ : [3]

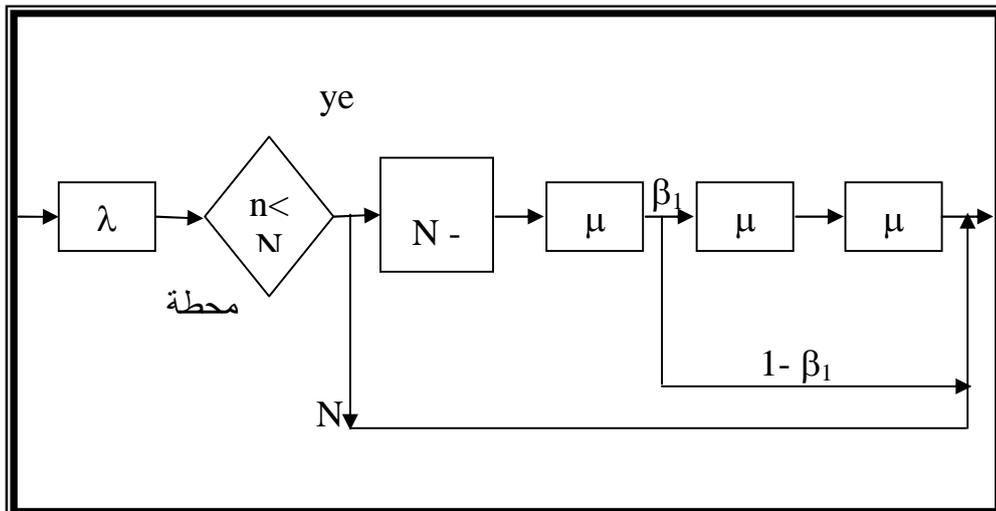
سيتم توضيح هذه المنظومة من خلال المخطط (1) وتعد هذه المنظومة "منظومة شاملة" حيث يتبع فيها توزيع وقت الوصول وكذلك توزيع وقت الخدمة توزيع كوكسيان ذو  $(K,L)$  من الاطوار وعدد محطات الخدمة للمنظومة هو  $(m)$  من المحطات، وان طاقة النظام هو  $(N)$  وطاقة المصدر لا نهائية.



مخطط (3) نموذج الانتظار لتوزيع كوكسيان

### منظومة الانتظار $(M/C_3/1/20/\infty)$ :

هذه المنظومة تمثل منظومة انتظار يكون فيها التوزيع الاحتمالي لاقوات الوصول البييني بين الزبائن، حسب التوزيع الاسي بطور واحد  $(K=1)$ ، اما توزيع اوقات الخدمة فيكون حسب توزيع كوكسيان بثلاثة اطوار  $(L=3)$  وبمعدل انتقال منتظم، وعدد محطات الخدمة للنظام  $(m=1)$ ، طاقة النظام  $(N=20)$ ، وطاقة المصدر لانهاية. المخطط الاتي يوضح منظومة الانتظار هذه.



مخطط (٤) منظومة الانتظار (M/C<sub>3</sub>/1/20/∞)

يجاد التوزيع الملائم للبيانات: [4]

#### *Fitting the Appropriate Distribution*

قام الباحثان بكتابة برنامج يتم من خلاله حساب معالم التوزيع للبيانات (الوسط الحسابي، والتباين ومعامل الاختلاف)، وبعد حساب هذه المعالم يقوم البرنامج باخذ قيم هذه المعالم واختبارها عن طريق معادلات خاصة بالبرنامج، كذلك يقوم هذا البرنامج بعرض التوزيع الاحتمالي المناسب لنظام الانتظار الذي تم ادخال بياناته الى هذا البرنامج، كما يقوم البرنامج بحساب عدد الاطوار التي سيمر بها الزبون في كل من محطة الوصول ومحطة الخدمة وحساب احتمالية الانتقال من طور لآخر سواء في محطة الوصول او الخدمة.

توليد مصفوفة معدل الانتقال: [5]

#### *The Generated Transition Rate Matrix*

بعد التعرف على كيفية حساب عدد حالات النموذج نظام الانتظار، سيتم في هذه الفقرة بيان كيفية توليد مصفوفة معدل الانتقال (TRM) لنظام الانتظار ان حجم مصفوفة معدل الانتقال يكون عادة كبيرا جدا وهذا الحجم للمصفوفة يتاثر ب:  
 ١- عدد الاطوار التي يمر بها الزبون في محطة الوصول الى الخدمة.  
 ٢- عدد محطات الخدمة للنظام وطاقة النظام.

ومن ثم فان هذا الحجم من المصفوفة يؤدي الى توليد عدد كبير من المعادلات التفاضلية ذات الدرجة الاولى، مثال ذلك عدد المعادلات التفاضلية ذات الدرجة الاولى

لنظام الانتظار  $(C_5/C_5/5/5/\infty)$  هي  $(1260)$  معادلة تقاضلية وعدد الانتقالات لهذا النظام هي  $(1587600)$  انتقالية إما عدد المعادلات التقاضلية ذات الدرجة الاولى لنظام الانتظار  $(C_4/C_3/3/10/\infty)$  هي  $(90)$  معادلة تقاضلية، اما عدد الانتقالات لنظام الانتظار هذا هي  $(8100)$  انتقالية، وان ليس جميع هذه الانتقالات تحتوي على قيم عديدة فقد يكون بعضها ذات قيم صفرية في مصفوفة معدل الانتقال يجب ان يكون حاصل جمع قيم كل عمود من اعمدة المصفوفة مساوي الى الصفر.

في هذا البحث  $(K)$  والتي تمثل عدد الاطوار التي يمر بها الزبون في محطة الوصول هي مساوية الى الواحد؛ لهذا فهي لا تؤثر في حجم مصفوفة معدل الانتقال، كذلك  $n$  التي تمثل عدد محطات الخدمة والتي تساوي واحد هي الاخرى لا تؤثر في حجم مصفوفة معدل الانتقال لنظام الانتظار قيد الدراسة، ولكن القيم التي تؤثر في حجم مصفوفة معدل الانتقال لنظام الانتظار قيد الدراسة هي فقط  $(L, N)$ ، حيث ان  $(L)$  تمثل عدد الاطوار التي يمر بها الزبون في محطة الخدمة،  $(N)$  تمثل طاقة نظام الانتظار، لهذا فان عدد المعادلات التقاضلية ذات الدرجة الاولى للنظام قيد الدراسة  $(M/C_3/1/20/\infty)$  هي  $61$  معادلة تقاضلية من الدرجة الاولى، اما عدد الانتقالات الممكنة فهي  $(3721)$  انتقالية.

ان الاطوار الممكنة التي يتحرك من واليها الزبون في محطة الوصول ومحطة الخدمة هي كما يلي:

في عملية وصول الزبون من الممكن ان يتحرك الزبون من الطور  $k$  الى الطور  $k+1$  باحتمالية  $\alpha_k, k=1,2,\dots,K-1$ ، وكذلك ممكن للزبون ان يخرج من الطور  $K$  باحتمالية  $1-\alpha_k, k=1,2,\dots,K$ ، ومن ثم يصل الى النظام. اما في عملية الخدمة فان الزبون يتحرك من الطور  $z$  الى الطور  $z+1$  باحتمالية  $\beta_j$  عندما  $j=1,2,\dots,L-1$ ، وكذلك يمكن للزبون ان يخرج من الطور  $z$  ويغادر النظام باحتمالية  $1-\beta_j, j=1,2,\dots,L$ .

اما في النظام قيد البحث  $(M/C_3/1/20/\infty)$  فان الزبون سوف يمر بطور واحد في محطة الوصول، لان التوزيع الاحتمالي لاوقات الوصول البيئي بين الزبائن هو توزيعاً أسياً، لذلك فان  $(K=1)$  وبعدها يصل الزبون الى النظام، اما في محطة الخدمة فان الزبون اما يمر بطور واحد باحتمال  $(1-\beta_j)$  ويغادر النظام او يمر بطورين باحتمال  $(1-\beta_2)$  ويغادر النظام او يمر بثلاثة اطوار باحتمال  $(1)$ .

وبعد اكمال بناء مصفوفة معدل الانتقال وكتابة المعادلات التقاضلية ذات الدرجة الاولى والخاصة بالنظام، نقوم بحل هذه المعادلات التقاضلية حلا عدديا والوصول الى حالة الاستقرار للنظام.

لهذا فقد قام الباحث بحل المعادلات التقاضلية بنظام الانتظار  $(M/C_3/1/20/\infty)$  حلا عدديا بالاعتماد على طريقة رونج كوتا ذات الرتبة الرابعة (Runge-Kutta Order 4) والوصول الى حالة الاستقرار لمنظومة الانتظار.

### الجانب التطبيقي:

لقد تم جمع بيانات الوصول والمغادرة لآحد ورشات التصليح للمولدات الكهربائية ذات حجم 200kv فأكثر ولمدة شهر ابتداءً من الساعة الثامنة صباحاً وحتى الساعة الثانية ظهراً.

### بيانات الوصول وتحليلها:

ان بيانات الوصول التي تم جمعها من خلال التواجد اليومي في الورشة ولفترة (٦) ساعات عمل يومية، تبدأ من الساعة الثامنة صباحاً وحتى الساعة الثانية ظهراً. ولمعرفة التوزيع الاحصائي لبيانات الوصول فقد صنف الباحثان بيانات الوصول على اساس الفترة الزمنية ما بين وصوليين متتاليين وخلال ٦ ساعات عمل يومية وباسـتخدام برنـامـج يـدعـى (Fitting Distribution) وبعد ادخال بيانات الوصول الى هذا البرنامج تبين ان التوزيع الاحصائي الملائم لها هو التوزيع الاسي.

### بيانات الخدمة وتحليلها:

ان بيانات الخدمة قد تم جمعها لورشة الصيانة اخذت مدة الدوام الرسمي للوجبة الاولى من الساعة الثامنة صباحاً وحتى الساعة الثانية ظهراً اي ان فترة المعاينة كانت لساعات يومية، وقد تم اخذ زمن الخدمة على اساس الفرق بين زمن (لحظة) بدء الخدمة (تصليح العطل) وزمن (لحظة) انتهاء الخدمة (الانتهاء من تصليح العطل). وبعد الانتهاء من جمع بيانات (وقا ت الخدمة) تم ادخال هذه البيانات الى برنـامـج (Fitting Distribution) وتم التعرف على التوزيع الاحصائي واتضح ان توزيع وقت الخدمة يتبع توزيع كوكسيان (Coxian Distribution) ثلاثي الاطوار وبمعدل انتقال منتظم بين الاطوار الثلاثة مقداره  $(\mu)$ .

### حساب المؤشرات التي تساعدنا في توليد مصفوفة معدل الانتقال:

#### مؤشرات ورشة الصيانة:

تتكون هذه الورشة من محطة وصول واحدة، وبعد ادخال بيانات اوقات الوصول البيني بين عطل واخر وبيانات الخدمة (التصليح) لكل عطل الى برنامج (Fitting Distribution)، تبين ان نظام الانتظار المناسب لهذا المركز هو النظام  $(M/C_3/1/20/\infty)$ .

اما المعالم التي تم حسابها عن طريق برنامج (Fitting Distribution) فهي موضحة بالجدول (١).

الجدول (١)

خاص بالمعالم التي تم حسابها من خلال برنامج (Fitting Distribution)

Parameter	Value
$\lambda$	1.72025 Customer/ hour
$\mu$	6.400341 Customer/ hour
$\beta_1$	0.9896314
$\beta_2$	1
K	1
L	3

### توليد مصفوفة معدل الانتقال لنظام الانتظار $(M/C_3/1/20/\infty)$ :

عند توليد مصفوفة معدل الانتقال لهذا النظام ستكون عدد حالات الانموذج هي (61) حالة، اما عدد الانتقالات في مصفوفة معدل الانتقال هي (3721) انتقالية، اما عدد المعاملات التفاضلية ذات الدرجة الاولى الخاصة بالنظام فهي (61) معادلة، بعد اكمال بناء مصفوفة معدل الانتقال وكتابة المعاملات الخاصة بالنظام فان هذه المعادلات تحل عدديا باستخدام طريقة رونج-كوتا ذات الرتبة الرابعة (Runge-Kutta Order 4) والتوصل الى حالة الاستقرار للنظام وتقدير المؤشرات الخاصة به. اما الخطوات التي يجب ان تتبع لتوليد مصفوفة معدل الانتقال الخاصة بهذا النظام فهي كالآتي:

الخطوة الاولى: حساب عدد حالات نموذج نظام الانتظار  $(M/C_3/1/20/\infty)$ ، من خلال المعادلة التالية: [6]

$$n_{state} \equiv K \left[ \sum_{n=0}^m C_n^{L+n-1} + (N-m)C_m^{L+m-1} \right] \equiv 61 \text{ state}$$

الخطوة الثانية: بناء جدول يبين الحالات الانتقالية للنظام: [7]

الجدول (٢)

الحالات الانتقالية للمنظومة  $(M/C_3/1/20/\infty)$

Transient States For System  $(M/C_3/1/20/\infty)$

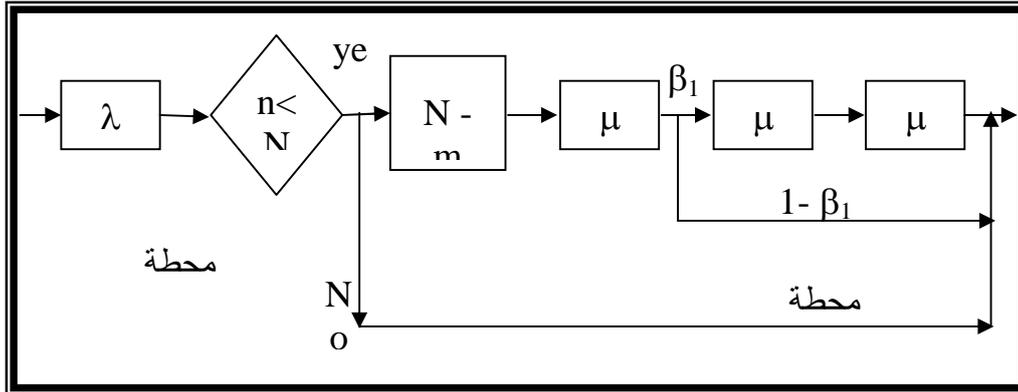
State	n	q	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	K
-------	---	---	----------------	----------------	----------------	---

1	0	0	0	0	0	1
2	1	0	0	0	1	1
3	1	0	0	1	0	1
4	1	0	1	0	0	1
5	2	1	0	0	1	1
6	2	1	0	1	0	1
7	2	1	1	0	0	1
8	3	2	0	0	1	1
9	3	2	0	1	0	1
10	3	2	1	0	0	1
11	4	3	0	0	1	1
12	4	3	0	1	0	1
13	4	3	1	0	0	1
14	5	4	0	0	1	1
15	5	4	0	1	0	1
16	5	4	1	0	0	1
17	6	5	0	0	1	1
18	6	5	0	1	0	1
19	6	5	1	0	0	1
20	7	6	0	0	1	1
21	7	6	0	1	0	1
22	7	6	1	0	0	1
State	n	q	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	K
23	8	7	0	0	1	1
24	8	7	0	1	0	1
25	8	7	1	0	0	1
26	9	8	0	0	1	1
27	9	8	0	1	0	1
28	9	8	1	0	0	1
29	10	9	0	0	1	1
30	10	9	0	1	0	1
31	10	9	1	0	0	1
32	11	10	0	0	1	1
33	11	10	0	1	0	1
34	11	10	1	0	0	1
35	12	11	0	0	1	1
36	12	11	0	1	0	1
37	12	11	1	0	0	1
38	13	12	0	0	1	1
39	13	12	0	1	0	1
40	13	12	1	0	0	1
41	14	13	0	0	1	1
42	14	13	0	1	0	1
43	14	13	1	0	0	1
44	15	14	0	0	1	1

45	15	14	0	1	0	1
46	15	14	1	0	0	1
47	16	15	0	0	1	1
48	16	15	0	1	0	1
49	16	15	1	0	0	1
50	17	16	0	0	1	1
51	17	16	0	1	0	1
52	17	16	1	0	0	1
53	18	17	0	0	1	1
54	18	17	0	1	0	1
55	18	17	1	0	0	1
56	19	18	0	0	1	1
57	19	18	0	1	0	1
58	19	18	1	0	0	1
59	20	19	0	0	1	1
60	20	19	0	1	0	1
61	20	19	1	0	0	1

الخطوة الثالثة: بناء مصفوفة معدل الانتقال للنظام والتي نلاحظ فيها انتقالات الزبون لكل حالة من حالات المصفوفة بمعدلات انتقال مقدارها  $(zero, \mu(1-\beta_1), \mu\beta_1, \mu, \lambda)$  حسب الحالة التي سينتقل من واليها الزبون.

الخطوة الرابعة: بعد اكمال بناء مصفوفة معدل الانتقال للنظام  $(M/C_3/1/20/\infty)$ ، نقوم بحل المعادلات التفاضلية التي تم الحصول عليها من خلال المصفوفة، ان حل هذه المعادلات يتم من خلال البرنامج الذي اعده الباحث، وهذا البرنامج يقوم بحساب المؤشرات الخاصة بنظام الانتظار  $(M/C_3/1/20/\infty)$ . والمخطط (٥) يمثل نظام الانتظار  $(M/C_3/1/20/\infty)$ .



مخطط (٥) منظومة صف انتظار (M/C<sub>3</sub>/1/20/∞)  
المعادلات التفاضلية الخاصة بالنظام (M/C<sub>3</sub>/1/20/∞):

$$\frac{dP_1(t)}{dt} \equiv -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t) + \mu(1 - \beta_1)P_4(t)$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} \equiv -(\lambda + \mu)P_2(t) + \mu P_3(t)$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} \equiv -(\lambda + \mu)P_3(t) + \mu\beta_1 P_4(t)$$

:  
:  
:  
:

$$\frac{dP_{59}(t)}{dt} \equiv \lambda P_{56}(t) - \mu P_{59}(t) + \mu P_{60}(t)$$

$$\frac{dP_{60}(t)}{dt} \equiv \lambda P_{57}(t) - \mu P_{60}(t) + \mu\beta_1 P_{61}(t)$$

$$\frac{dP_{61}(t)}{dt} \equiv \lambda P_{58}(t) - \mu P_{61}(t)$$

### معايير الاداء لورشة الصيانة:

بعد اكمال توليد مصفوفة معدل الانتقال للنظام (M/C<sub>3</sub>/1/20/∞/FCFS) تم اعداد برنامج يقوم هذا البرنامج ومن خلال ادخال اقيام (λ, μ, β<sub>1</sub>) الخاصة بورشة الصيانة بحساب المؤشرات الخاصة به. ان هذا البرنامج يعمل لعدد معين من الخطوات (Steps) الى ان تصل المنظومة الى حالة الاستقرار، اذ سيتم تغيير المدة الزمنية للمنظومة بمقدار (Δt) ولكل خطوة؛ بحيث ان هذه الخطوات توضح عند اي مدة زمنية ستصل المنظومة الى حالة الاستقرار الجدول (٣).

الجدول (٣) وصول المنظومة الى حالة الاستقرار (Steady State for System)

Probability	Step 100	Step 1000	Step 3000	Step 5000	Step 5001
P(1)	0.916926	0.254596	0.200795	0.199526	0.199526
P(2)	0.079563	0.254398	0.206678	0.205437	0.205437
P(3)	0.003411	0.188619	0.163309	0.162447	0.162447
P(4)	0.000096	0.125260	0.120561	0.120080	0.120080
P(5)	0.000002	0.077974	0.087364	0.087192	0.087192
P(6)	0	0.046047	0.062969	0.063028	0.063028
P(7)	0	0.025880	0.045292	0.045512	0.045512
P(8)	0	0.013859	0.032531	0.032857	0.032857

P(9)	0	0.007078	0.023334	0.023719	0.023719
P(10)	0	0.003451	0.016712	0.017122	0.017122
P(11)	0	0.001607	0.011951	0.012360	0.012360
P(12)	0	0.000716	0.008532	0.008922	0.008922
P(13)	0	0.000305	0.006082	0.006441	0.006441
P(14)	0	0.000125	0.004328	0.004649	0.004649
P(15)	0	0.000049	0.003077	0.003356	0.003356
P(16)	0	0.00018	0.002185	0.002422	0.002422
P(17)	0	0.000006	0.001552	0.001749	0.001749
P(18)	0	0.000002	0.001103	0.001262	0.001262
P(19)	0	0	0.000785	0.000911	0.000911
P(20)	0	0	0.000561	0.000657	0.000657
P(21)	0	0	0.000289	0.000340	0.000340

بعد ملاحظة الجدول (٣) تبين ان المنظومة تصل الى حالة الاستقرار عند الخطوة (٥٠٠٠)، لان النتائج لهذه الخطوة هي مقاربة او مشابهة لنتائج الخطوة اللاحقة (٥٠٠١)، لذلك نستنتج ان المنظومة وصلت الى حالة الاستقرار لورشة الصيانة. اما مقاييس كفاءة الاداء الخاصة بهذه الورشة فيمكن ملاحظتها من خلال [8] الجدول (٤).

## جدول (٤)

مقاييس كفاءة الاداء لورشة الصيانة

Measures of Performance	Value
$P_0$	0.199526
$\rho$	0.2687749
$\bar{n}$	2.929304/ customer
$\bar{q}$	2.128841/customer
$\bar{w}$	1.703415/ hour
$w_q$	1.237939/ hour
$\bar{\lambda}$	1.719665/ customer

## الاستنتاجات:

### Conclusion

- ١- ان النماذج الرياضية المستخدمة في هذا البحث اعطت نتائج جيدة جدا ومرضية ومطابقة للواقع.
- ٢- كانت التوزيعات الطورية الخاصة التي استخدمها الباحث ذات فعالية عالية لما فيها من مرونة في التعامل مع البيانات والحصول على نتائج دقيقة.
- ٣- لا يمكن استخدام الطرائق التحليلية الكلاسيكية (Analytical Solution or Closed form Solution) عندما تكون التوزيعات طورية وليست اسية وانما يتم اللجوء الى استخدام الطرائق التحليلية مثل طريقة رونج-كوتا المستخدمة في هذا البحث.
- ٤- ان توليد مصفوفة معدل الانتقال لمنظومة الانتظار  $(M/C_3/1/20/\infty)$ ، وحل المعادلات التفاضلية الخاصة بهذه المنظومة يتم من خلالهما الحصول على حلول حالة الاستقرار.

## التوصيات:

### Recommendations

- ١- استخدم النماذج الرياضية لصفوف الانتظار لقطاعات الصيانة الاخر بعد ان يتم تحديد التوزيعات الطورية للبيانات الحقيقية.
- ٢- تحديد مهام كل مركز صيانة والالتزام به لزيادة كفاءة الاداء.
- ٣- ضرورة اطلاع طلبة الدراسات العليا على التوزيعات الطورية لما فيها من مرونة في التعامل مع البيانات والحصول على نتائج دقيقة.
- ٤- معالجة المشاكل العملية باستخدام التوزيعات الطورية التي تم التطرق اليها وذلك من خلال توليد مصفوفات انتظار بشكل طوعي وايجاد الحلول الانتقالية وحالات الاستقرار بشكل طوعي.
- ٥- تعميم المعادلات والنماذج الرياضية التي تم توليدها لكي يسهل استخدامها من قبل الباحثين لمد واسع جدا من التوزيعات.
- ٦- محاولة ايجاد الحلول التحليلية لنماذج صفوف الانتظار وذلك باستخدام (Generating Function)

*Foreign References*

## مصادر الاجنبية:

1. Dakheel, F.I (1990), "A decision Support System for Single Stage Markovian Queuing System", Ph.D. Thesis University of Brad Ford.
2. Dakheel, F.I (1996), "An Approach For Determing The Analytical Solution The Machine Interferance Model (Ek/EL/m/N)" College of Education, Al-Mustansiriayah University.
3. Dakheel, F.I Al-Jibury, Naseer. R, Al-Heety, Mutaz.E, (1997), "Generating the Transition Rate Matrix for Coxian Queueing Model", University Rafidain College, Department of Operations Research.
4. Gross, D.& Harris, (1974), "Fundamentals of Queueing Theory", New York.
5. Hillier, Frederick S. Liebrman, (1980) (3<sup>rd</sup> edition), "Introduction to Operations Research", McGraw-Hill, Inc.
6. John H. & Kurtis D.(1999) "Numerical Methods Using Matlab" 3<sup>rd</sup> Edition, Prentice-Hall. Inc. Simon & Schuster Aviacom Company.
7. Kleinrock, Leonard (1976), "Queueing Systems", Vol.1, John Wiley & Sons, Inc.

8. Taha, Hamdy A.(1997) "Operations Research an Introduction", (16<sup>th</sup> edition), Prentice-Hall. Inc. Simon & Schuster Aviacom Company.