

دراسة منظومة بصرية ذات فتحة مثلثة باستخدام دالة الانتشار النقطية

علاء بدر حسن الجيزاني

قسم الفيزياء/كلية التربية-ابن الهيثم

جامعة بغداد

المستخلص :

يتضمن هذا البحث دراسة نظرية لمنظومة بصرية ذات فتحة مثلثة باستخدام حساب دالة الانتشار النقطية لتقييم كفاءة المنظومة البصرية المحددة بالحيود والمتضمنة كميات من الزيغ أو الخطأ البؤري ومقارنة النتائج مع منظومة أخرى ذات فتحة دائرية (1) ، للحصول على معيار مقارنة مناسب .

المقدمة :

إن السعة المعقدة لأي نقطة في مستوى الصورة يعطى بالعلاقة (2):

$$F(u, v) = \frac{1}{A} \int_y \int_x f(x, y).e^{i2p(ux,vy)} dx dy \dots [1]$$

حيث x, y : هي إحداثيات بؤبؤ الإخراج

u, v إحداثيات مستوى الصورة

A مساحة بؤبؤ الإخراج

$f(x, y)$ دالة البؤبؤ (التي تمثل النسبة بين توزيع السعة المعقدة على سطح جبهة الموجة

المنكسرة من النظام البصري وبين توزيع السعة المعقدة على سطح جبهة الموجة الساقطة

على النظام)، والتي تعطى بالعلاقة :

$$f(x, y) = t(x, y).e^{ikw(x, y)}$$

حيث $t(x, y)$ هو توزيع السعة الحقيقية عند بؤبؤ الإخراج ، وهو ثابت محسوس غالباً

يوضع مساوياً للواحد .

k هو العدد الموجي ($k = \frac{2p}{l}$) ، $w(x,y)$ هي دالة زيغ الموجة .

إن الشدة تحسب من خلال ضرب الدالة $F(u,v)$ في المرافق المعقد لها ، أي أن :

$$P(u, v) = F(u, v) \cdot F^*(u, v)$$

حيث $P(u,v)$ تمثل الشدة في دالة الانتشار النقطية .

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2$$

$$P(u, v) = \int_y \left| \int_x f(x, y) \cdot e^{i2p(ux,vy)} dx \right|^2 dy \quad \dots [2]$$

يمكن إلغاء احد المحاور في مستوى الصورة لتشابه توزيع الشدة في كلا المحورين (u,v)

(التوزيع متناظر) أي يصبح $(v=0)$ ، فتكون المعادلة [2] :

$$P(z) = N \int_y \left| \int_x f(x, y) \cdot e^{izx} dx \right|^2 dy \quad \dots [3]$$

حيث $(z=2\pi u)$ ، N ثابت المعايرة الذي يجعل $(P(0)=1)$.

الفتحة المثلثة :

إن شكل الفتحة المستخدمة في النظام البصري يعطي توزيع شدة في الصورة خاص بشكل

الفتحة ، أي أن نمط الحيود يختلف من فتحة الى اخرى . تعرف الفتحة المثلثة التي مساحتها

$(A=\pi)$ بدلالة دالة البؤبؤ (حسب الشكل ١) :

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{ikw(x,y)} & |x| \leq \frac{p}{4}(1-y) \quad , \quad |y| \leq 1 \\ 0 & |x| > \frac{p}{4}(1-y) \quad , \quad |y| > 1 \end{cases}$$

حسب تعريف دالة البؤبؤ الأخير يمكن كتابة المعادلة [3] بالصيغة :

$$P(z) = N \int_{-1}^1 \left| \int_{-\frac{p}{4}(1-y)}^{\frac{p}{4}(1-y)} f(x, y) \cdot e^{izx} dx \right|^2 dy \quad \dots [4]$$

في حالة أن النظام محدد بالحيود فقط ($f(x,y)=1$) تكون المعادلة [4] :

$$P(z) = N \int_{-1}^1 \left| \int_{-\frac{p}{4}(1-y)}^{\frac{p}{4}(1-y)} e^{izx} dx \right|^2 dy \quad \dots [5]$$

لإيجاد قيمة (N) نفرض أن:

$$P(0) = N \int_{-1}^1 \left| \int_{-\frac{p}{4}(1-y)}^{\frac{p}{4}(1-y)} dx \right|^2 dy = 1$$

$$N = \frac{1}{p^2}$$

وبتعويض قيمة N في المعادلة (5) نحصل على :

$$P(z) = \frac{1}{p^2} \left| \int_{-1}^1 \int_{-\frac{p}{4}(1-y)}^{\frac{p}{4}(1-y)} e^{izx} dx dy \right|^2$$

$$P(z) = \frac{1}{p^2} \left| \int_{-1}^1 \int_{-\frac{p}{4}(1-y)}^{\frac{p}{4}(1-y)} \cos(zx) dx dy \right|^2 \quad \dots [6]$$

أصبحت المعادلة بالصورة أعلاه لان الحد $[i \sin(zx)]$ يتلاشى لكون الدالة الجيبية دالة فردية . أما عند أخذ الخطأ البؤري والزيغ الكروي بنظر الاعتبار :

$$w(x,y) = w_2(x^2 + y^2) + w_4(x^2 + y^2)^2$$

حيث w_2 هو معامل الخطأ البؤري ، w_4 معامل الزيغ الكروي الأولي .

فتكون المعادلة [4] بالشكل :

$$P(z) = \frac{1}{p^2} \left| \int_{-1}^1 \int_{-\frac{p}{4}(1-y)}^{\frac{p}{4}(1-y)} e^{i(zx + 2pw(x,y))} dx dy \right|^2$$

$$P(z) = \frac{1}{p^2} \left\{ \left[\int_{-1-\frac{p}{4}(1-y)}^1 \int_{\frac{p}{4}(1-y)}^1 \cos [zx + 2pw_2(x^2 + y^2) + 2pw_4(x^2 + y^2)^2] \right]^2 + \left[\int_{-1-\frac{p}{4}(1-y)}^1 \int_{\frac{p}{4}(1-y)}^1 \sin [zx + 2pw_2(x^2 + y^2) + 2pw_4(x^2 + y^2)^2] \right]^2 \right\} dx dy \dots [7]$$

النتائج والمناقشة :

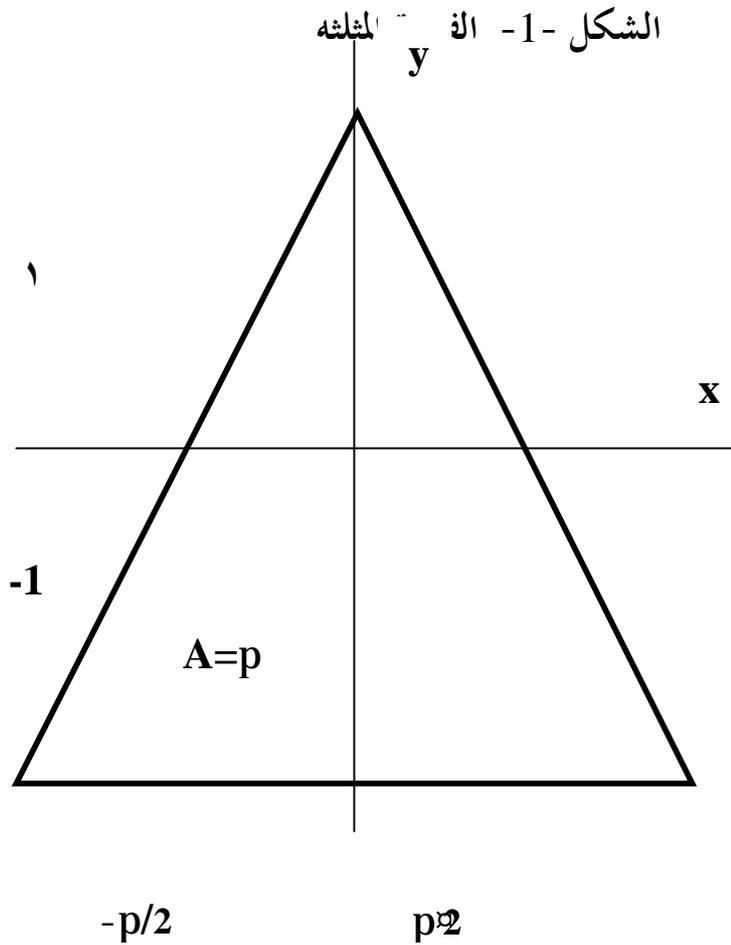
إن طريقة (كاوس) (3) للتكامل العددي من طرق التكامل ذات التوزيع الغير متجانس للنقاط والتي تمتلك معاملات أوزان مختلفة ، وتعطى قيم هذه النقاط والأوزان في جداول خاصة معتمدة على عدد النقاط عبر فترة التكامل ، وتم استخدامها لحل معادلة دالة الانتشار النقطية باستخدام (20) نقطة من نقاط (كاوس) بحيث يكون عدد النقاط ضمن منطقة التكامل هو (40) نقطة ، وقد أظهرت النتائج زيادة في قدرة تحليل الصورة ونقص في الشدة للنظام ذي الفتحة المثلثة مقارنة بالنظام ذي الفتحة الدائرية (الشكل ٢) (الذي يمثل المحور الصادي دالة الانتشار النقطية والمحور السيني الاحداثي المختزل) ، أما الشدة المحورية (الشكل ٣) التي تمثل شدة الصورة في مستوى المحور البصري وليس مستوى الصورة ، حيث الاحداثي الصادي يمثل دالة الانتشار النقطية والاحداثي السيني يمثل معامل الخطأ البؤري . فقد أظهرت الفتحة الدائرية تفوقاً ملحوظاً على الفتحة المثلثة لكون سماحية الخطأ البؤري للفتحة الدائرية (W20=258) وللفتحة المثلثة (W20=115) . (السماحية هي أقصى قيمة للخطأ البؤري التي تعطي شدة مقدارها (0.8) من الشدة المعيرة الكلية ، والتي تعتبر نسبة جيدة للحصول على صورة واضحة المعالم) (4) . أما قيم التوازن الأمثل (5) للخطأ البؤري والزيج الكروي من المرتبة الأولى فقط ، لنظام ذو فتحة مثلثة ، فظهرت القيم الآتية:

$$W20 \geq -0.846 \lambda \quad , \quad W40 \leq 0.987 \lambda$$

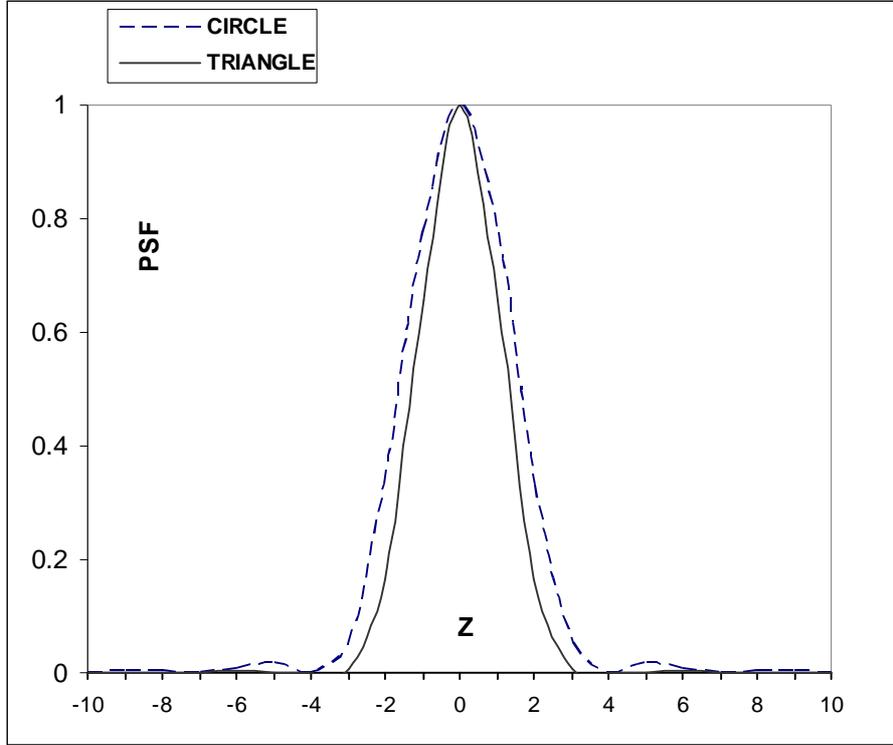
وقيم التوازن الأمثل للخطأ البؤري والزيج الكروي من المرتبة الأولى والثانية :

$$W_{20} \leq 0.636 \lambda \quad , \quad W_{40} \geq -0.638 \lambda \quad , \quad W_{60} \leq 0.158 \lambda$$

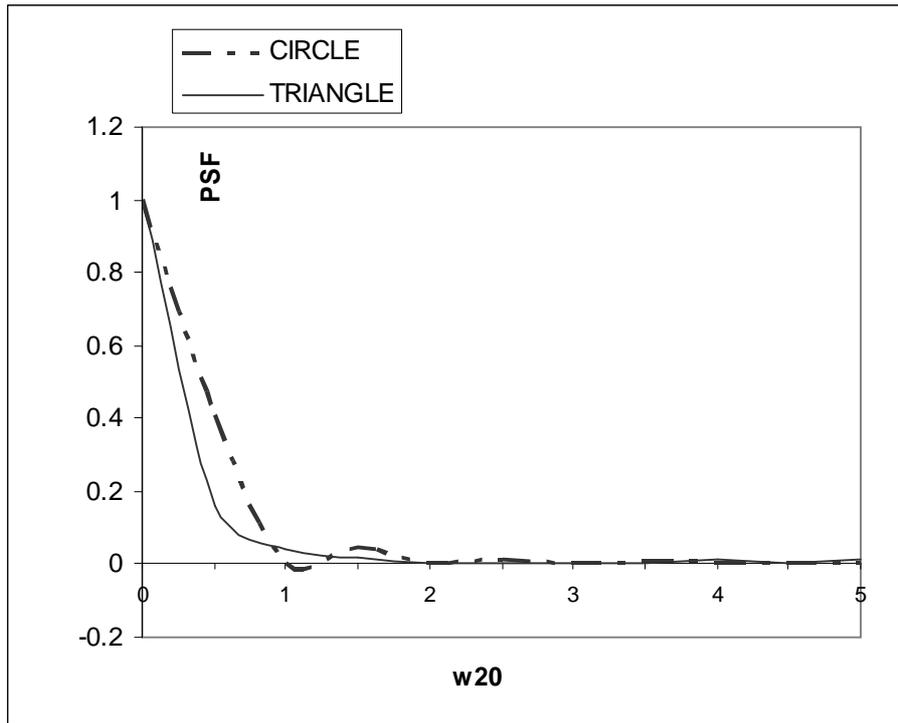
أما (الشكل 4) فيوضح توزيع الشدة في مستوى الصورة لنظامين بصريين ذوا فتحتين مثلثتين مختلفتين (متساوي الأضلاع ومتساوي الساقين). وقد أدرج الشكل لتبيان الفرق في توزيع الشدة عند اختلاف شكل المثلث وللحصول على أفضل النتائج .



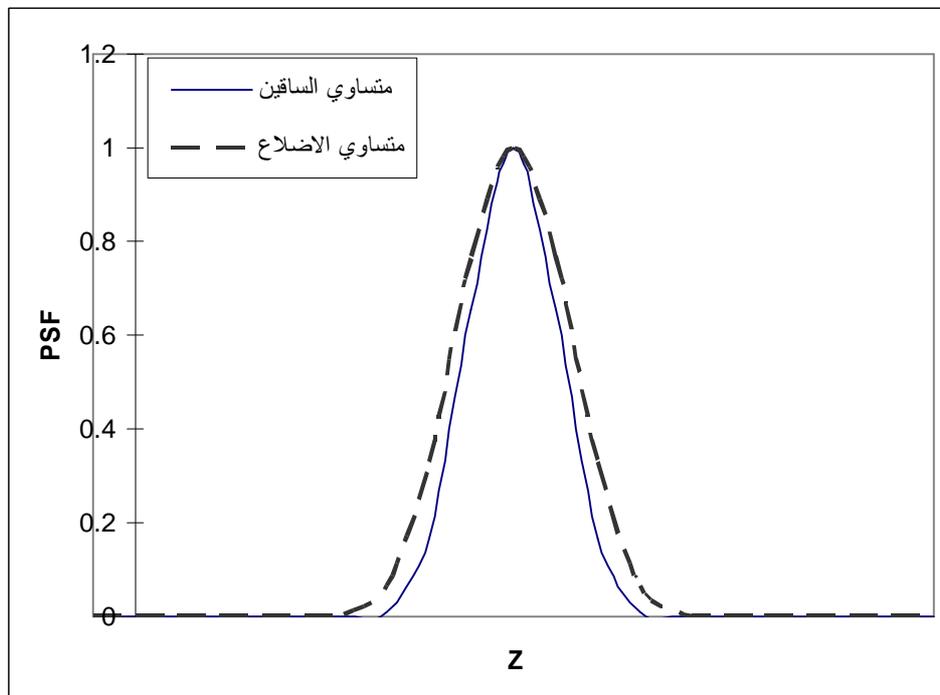
الشكل -2- دالة الانتشار النقطية لنظامين ذوا فتحة مثلثة واخرى دائرية



الشكل -3- الشدة المحورية



الشكل - 4 - دالة الانتشار النقطية لنظامين ذوا فتحتين مثلثتين مختلفتين



المصادر :

- (1). Hopkins. H. H , Yezual. M. J. (1970) ,Optica Acta ,
vol. 17 , 3 ,157 .
- (2). Al-Jizany. A. B. (2001) ,Msc. Thesis (Baghdad
University)
- (3). Barakat. R. (1962) , J. Opt. Soc. Am. 52 , 9 ,985.
- (4). Barakat. R. , Houston. A.(1965) , J. Opt. Soc. Am.
54,6,768.
- (5). Marechal. A. (1972) , Rev. Opt. 26, 257.

Study of optical system with triangle aperture by using
point spread function .

Alaa Badr Hassan Al-Jizany
Department of Physics
College of Education\ Ibnil-Haitham
University of Baghdad

Abstract :

The research includes theoretical studies to optical system with triangle aperture by using point spread function to evaluate optical system efficiency which is diffraction limited only , or includes depth of focus and spherical aberration . The results has been compared with another optical system of circular aperture to reach to suitable scale .